

Cognition numérique

C'est l'étude des **représentations mentales impliqués dans la pensée numérique** (*quantification, comparaison de nombres et de quantités*). On peut comparer la **numérosité d'une configuration visuelle sans compter** (*exemple : nombre de points*) dans certains cas visibles. On peut comparer cette numérosité très rapidement sans dénombrement. Est-ce un procédé numérique ou visuel ?

On ne parle **pas ici de capacités mathématiques**, qui reposent sur des représentations symboliques des nombres et dépendent des cultures et des positions sociales, elles ne sont pas partagées par tous. Nous nous intéressons aux **bases communes à tous les êtres humains**, enracinées dans des compétences biologiques basiques et qui pourraient être étudiés pour des cultures annumériques, des enfants ou des animaux.

REPRÉSENTATION AMODALE OU MODALE

Plusieurs chercheurs ont décrit un déficit acquis dans des tâches mathématiques simples (1919-66) : **l'acalculie**. Elle fait suite à un trouble neurologique (lésion). C'est une perte du savoir acquis. Cette perte sélective suggère que les processus numériques ne dépendent pas des capacités verbales.

Il faut distinguer la **dyscalculie**, problème dans l'acquisition du savoir mathématique chez l'enfant.

Une comparaison d'ensemble de points pourrait être **purement visuel** (*modalité visuelle : densité, texture, surface*) qui donnerait l'information par une **analyse perceptive** ou passer par un **niveau de traitement abstrait** (*amodal*). **Est-ce une cognition à part entière, une représentation abstraite de la numérosité d'un ensemble, ou un corollaire implicite des perceptions visuelles ?**

Y-a-t'il une représentation abstraite du nombre ?

Uni-modale : comparer deux ensembles de points ou deux séries de son (même modalité)

Cross-modal : comparer un ensemble de points et un ensemble de notes (perception auditive).

On présente les éléments plus ou moins rapidement : il ne suffit pas d'évaluer la durée de la séquence

Des études montrent que les comparaisons uni-modales et cross-modales n'ont pas de différence en pourcentage d'erreur : il n'y a pas de coût de changement de modalité. Mais ces études suggèrent que **cette représentation amodale pourrait être liée au temps, ce que d'autres études réfutent**. Il semble y avoir une

On compare alors des éléments dans le temps, des éléments dans l'espace, et le temps à l'espace.

représentation abstraite, donc un **sens abstrait de la numérosité** (quantité approximative) : le sens du nombre. La cognition numérique serait alors une cognition à part entière.

ORIGINE DU SENS DU NOMBRE

On étudie le sens du nombre chez les bébés et les jeunes enfants.

On habitue le bébé à des configurations de 8 éléments (en variant taille, disposition...) jusqu'à habituation. On lui propose ensuite 16 et 8. Les bébés regardent plus la

Pour étudier le comportement des bébés (*ne peuvent pas comprendre consigne*), on utilise - **technique d'habituation** : un stimulus répété va ennuyer le bébé. On peut aussi, pour les très jeune, regarder l'intensité des succions non nutritives, ou étudier le temps de regard. On mesure son temps d'habituation par rapport à un critère fixé.

- **technique de regard préférentiel** : on regarde entre deux stimulus le préféré du bébé (*il regarde plus les éléments nouveaux, s'il y en a : on peut donc étudier la catégorisation par le bébé*)

configuration avec un nouveau nombre d'éléments : **ils ont la capacité à différencier les cardinaux des ensembles**. Si on ressert l'écart (8-12), il n'y a que peu de différences entre l'ancienne et la nouvelle configuration.

Les bébés ne sont pas capables de **discerner les rapports** :

6 mois : 1/2 oui mais pas 2/3

10 mois : 2/3 ok

Les adultes peuvent distinguer des distinctions entre 7/8.

L'acuité s'améliore avec l'âge.

Pour les comparaisons de petits nombres, il faudrait étudier d'autres procédés cognitifs.

Pour étudier additions/soustractions simples, on observe la réaction d'un bébé à des situations :

On vérifie que les bébés ne préfèrent pas 2 objets à un seul (test témoin neutre).

On place un objet, puis on le cache.

Le bébé voit une main ajouter un deuxième objet derrière le cache (1+1)

Lorsque le cache est levé, il y a derrière soit un objet (situation impossible), soit deux

Le temps de regard à la situation impossible ($1+1 = 1$) est supérieur à celui de l'élément possible : le bébé est surpris. **Ils ont une forme rudimentaire d'addition (à 5 mois).**

Pour la soustraction, deux objets sont cachés

Une main arrive vite et ressort avec un jouet,

Lorsque le cache est levé, il y a soit un soit deux objets

Il y a aussi une différence dans ce cas, nettement plus marquée : **ils ont une forme rudimentaire de soustraction.**

Pour vérifier si le bébé additionne $1+1=2$ ou $1+1 > 1$, le cache se lève sur deux ou trois objets (situation impossible).

Les bébés sont également surpris par le résultat impossible $1+1 = 3$: l'addition est précise.

Vers 5/6 mois, les bébés peuvent effectuer des opérations arithmétiques simples. **Ils semblent posséder des capacités innées de raisonnement numérique, qui pourraient fonder le développement de savoirs mathématiques**, via leur exploitation scolaire.

EFFET DE MAGNITUDE NUMÉRIQUE

Effet de magnitude numérique : la discrimination de deux quantités devient plus difficile avec leur grandeur (5-8 plus difficile que 27-30). C'est une forme de la **loi de Weber** : le rapport entre la moyenne et l'écart-type reste constant. **La représentation mentale est proportionnelle au nombre, elles gagnent en largeur quand le nombre croît et se chevauchent plus facilement.**

On demande à un sujet d'appuyer sur un bouton avec un nombre présenté en chiffre : plus le nombre est important, plus le nombre d'erreur (écart type) est important.

Pour faire le lien entre les capacités mathématiques et la cognition numérique, on dispose des points sur une image et l'adolescent doit répondre s'il y a plus de points jaunes ou bleus. Chacun à son propre rapport entre moyenne et écart type (*acuité numérique : codages larges ou restreints*). **On observe que plus l'acuité numérique est importante, plus la performance mathématique est bonne.** Il n'y a pas de corrélation avec les tests non numériques (*QI, acuité générale*). Cette corrélation suggère un lien entre cognition numérique et mathématique.

Peut-on améliorer les performances scolaires des enfants en les entraînant aux comparaisons ?

COGNITION NUMÉRIQUE CHEZ LES ANIMAUX

On apprend à des rats à appuyer n fois sur un levier pour obtenir la récompense. Plus le nombre attendu est grand, plus le taux d'erreur est élevé.

On voit aussi chez les animaux une co-variation entre la moyenne et l'écart type : la représentation du nombre est bruitée et ce bruit augmente avec la valeur absolue du nombre. **Les animaux présentent aussi un effet de magnitude numérique.**

On voit aussi un **effet de distance** (*plus de facilité à comparer des nombres distants*).

REPRÉSENTATION NEURONALE

Des études chez les primates suggèrent que certains neurones du LIP sont des filtres, centrés (*tuned*) sur un nombre particulier (*quantité préférée*), et ils perdent en précision proportionnellement à la grandeur de cette quantité. Ils répondent un peu pour les valeurs entourant leur valeur préférée.

On pense que les chiffres au delà de 3 ou 4 ont des représentations différentes ($4 = 2+2?$).

Chez les singes macaques, on peut étudier le protocole suivant :

point de fixation / ensemble de points / délai / second ensemble (identique ou différent)

Le bruit est proportionnel au nombre d'éléments : effet de magnitude numérique.

80% des neurones du LIP ont des activités différentes selon le nombre d'éléments (*certaines répondent à 2, d'autres à 3... indépendamment de la taille ou de la couleur : ils ne répondent pas à une caractéristique visuelle de base*).

Technique d'amorçage de répétition :

La réponse en IRM à un stimulus visuel décroît avec la répétition (*adaptation*).

La réponse à des éléments identiques/similaires à des éléments montrés ou des images totalement nouvelles est différente : l'adaptation est la différence entre les images nouvelles et identiques, mais la **condition similaire s'interpose entre les deux** : la réponse n'est pas uniquement visuelle (*réponse diminue plus que nouveau*) mais pas non plus à la simple nature de l'objet (*diminue moins que identique*).

REPRÉSENTATION NEURALE

On peut étudier les réactions du cerveau humain avec l'imagerie cérébrale. On effectue une adaptation à un certain nombre, et on regarde quels stimuli vont enlever l'adaptation (*réponse importante*). On observe les mêmes différences dans les pourcentages d'erreurs des réponses des sujets (*plus d'erreurs pour des plus grands*

nombres). **Ces erreurs correspondent au relâchement par habitude des aires cérébrales : la largeur de ces relâchements grandit avec le nombre**, la sensibilité de l'aire dépend de l'écart avec le stimulus habitué, un écart qu'il faut augmenter avec les grands nombres qui sont codés de manière plus bruitée. L'aire cérébrale mise en jeu est l'aire **intrapariétale**, comme chez le singe. Elle permet la représentation abstraite du nombre, et concorde aux cas d'acalculie décrits dans la littérature.